

Needle (Решение)

Тази задача ни беше дадена по време на упражнения по Вероятности и Статистика. Тъй като не се очаква учениците да знаят интеграли и да са учили част от нещата, които трябва за решението ѝ, в моя вариант има и алтернативно решение. Тук ще разгледаме и двете.

Първо, както споменахме по-рано, задачата е известна. В смисъл даже си има статия в Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Buffon's_needle

За истинското (абсолютно точното решение) на задачата е нужно да забележим, че дали една игла пресича или не линиите зависи от това къде пада центъра ѝ и на какъв ъгъл е ротирана тя. Тъй като няма значение под какъв наклон са безкрайните ивици по плата, можем да ги считаме за хоризонтални. Нека сега разгледаме произволно падане на игла. При каквато и да е ротация единият ѝ край е по-надолу от центъра с определено разстояние $d \geq 0$, а другият е по-нагоре от центъра ѝ отново с d . Тоест единственото, което ни интересува е коя е най-близката до центъра ѝ хоризонтална линия – все една от всичките ще е най-близо или евентуално ще има 2 еднакво отдалечени. След като фиксираме разстоянието до най-близката хоризонтална линия (нека то бъде dist) то то е с еднакъв шанс в интервала $[0, \text{lineDistance}/2]$. Наистина, ако разстоянието е по-голямо от $\text{lineDistance}/2$ то тя е по-близо до някоя друга хоризонтална линия. Очевидно разстоянието не може да стане по-малко от нула. При фиксиран dist трябва да изберем ротацията на иглата. Тя отново е произволно число в интервала $[0, \pi]$ или от $[0, \pi/2]$ ако използваме симетричността. Разписваме интеграл в тези граници и получаваме формулата $2 * \text{needleLength} / \text{lineDistance} * \pi$. Това е и точният отговор на задачата. Решението е на 2-3 реда =)

Разбира се, задачата не беше дадена с тази идея. Поради ниската точност, която се изискваше от състезателите, тук е приложима доста по-интересната техника Монте-Карло. Тя разчита на симулация на много на брой случайни явления и правене на статистика. Така например можем да си перефразираме задачата като „Ако хвърлим един милион игли, колко от тях ще пресекат някоя от линиите“. Всъщност ние наистина „хвърляме“ 1 милион игли като избираме рандом координати на центъра на всяка от тях, както и рандом завъртане. За тях изчисляваме къде се намира иглата и проверяваме дали се пресича с някоя от предварително фиксирани линии. Така правим приблизителен отговор, който в повечето случаи е достатъчно точен за целите на задачата. Всъщност моето решение използвайки вградената `rand()` функция хваща 80-90 точки. За съжаление вградената функция `rand()` не е особено добра. Ако се ползва по-хубав генератор на случайни стойности бихме постигнали по-добри резултати (примерно 100 точки). Така от състезателите се искаше да напишат симулация на падането на иглата (ротация на точка около точка) както и да се сетят да ползват Монте-Карло метода. Също така, за 100 точки се искаше да се напише

хубав рандом-генератор (което всъщност не е никак трудно). Ето и малко информация относно това:
http://en.wikipedia.org/wiki/Pseudorandom_number_generator

Автор: Александър Георгиев