

HamellytonianPath (Решение)

Задачата се свежда до намиране на Хамилтонов път с оптимална цена (както недвусмислено подсказва и заглавието на задачата). Тъй като това е NP-пълна задача обикновено по състезания този проблем е такъв, че броят върхове в графа е сравнително малък (както е и в случая). За решаването му се прилага динамично оптимизиране, като част от state-а на динамичното е битова маска на посетените върхове. В случая тъй като не ни интересува кое мероприятие сме посетили последно таблицата на цялото ни динамично ще има една единствена размерност, която ще пази тази маска (до 2^N). От едно състояние с дадена битова маска `mask` можем да преминем в друго състояние `nmask` като изберем 1, 2 или 3 мероприятия, на които Ели не е ходила, прибавим към отговора съответното удовлетворение за посещаването им, и ги отбележим като посетени в битовата маска – тоест `set`-нем съответните им битове на 1. Разбира се, възможно е да посетим дадено мероприятие само ако в `mask` битът, който съответства на него е нулев.

Оригиналното решение разчиташе на оптимизация на константата – преди да почнем динамичното изчисляваме за всяка двойка и тройка какъв е оптималният отговор (тъй като зависи в какъв ред ги взимаме като двойка или тройка). Това би могло да оптимизира времето ни за работа с няколко ПЪТИ. Макар и като сложност двете решения да са еднакви – тяхната сложност е $O(N^3 * 2^N)$ - оптимизацията от няколко пъти като скорост ни помага да хванем всички тестове. Без нея състезателите ще хванат 70-80 точки.

Както често се случва, част от състезателите се сетиха за дори по-добро решение (благодарности на Антон Анастасов в случая), което не бях срещал затова ще опиша и него.

Като цяло то не се различава особено от описаното по-горе, но използва по хитър начин следното наблюдение: тъй като няма мероприятия с отрицателно удоволствие, в оптимален отговор бихме могли да посетим всяко от тях. С какво ни помага това? Ами вместо в даден `стейт` да пробваме всички евентуално до $C(N, 3)$ възможни комбинации на мероприятията, то казваме, че първото неизползвано такова (тоест първият бит, който е нулев в маската) задължително ще участва при текущото взимане. Така вместо трите цикъла, които имахме в предното решение със сложност $O(N)$, $O(N^2)$ и $O(N^3)$ за всяка битова маска, тук можем да ги сведем до $O(1)$, $O(N)$ и $O(N^2)$. Това наистина е вярно, тъй като рано или късно ще вземем въпросното мероприятие – все пак казахме, че ще вземем всички от тях. Защо да не го вземем на текущата стъпка? Това не би променило отговора с нищо, но само ще забърза решението. Така стигаме и до решение със сложност $O(N^2 * 2^N)$. Това решение би взело ~120 точки ако имаше как =)

Автор: Александър Георгиев