

Задача 1. Затвор - Анализ

Автор: Антон Димитров

Във всеки един момент е позволено да има не повече от двама затворника на свиждане. Нека си представим, че има две места за свиждане и една част от затворниците ще минат през място 1, а другите през място 2. Ако разделим затворниците на две групи, така че общото време, което им е нужно за свиждане не превишава T , това означава, че задачата е решена. Можем да сведем задачата за „побиране“ на някакво количество затворници във времевия период T до класическата задача от динамичното оптимизиране – “раница” или The Knapsack Problem (http://en.wikipedia.org/wiki/Knapsack_problem).

Общото време за свиждане на затворниците A трябва да е по-малко от $2 * T$. Ако поберем толкова затворници в раницата, че общата сума от времената им е X и $A - X \leq T$, тогава задачата е решена. Това е така, защото едната група затворници се побира в раницата и има време по-малко или равно на T и другата има време $A - X$, което е по-малко или равно на T .

Подзадачите могат да се опишат с $F[n][t]$ – като първото измерение показва колко от първите затворници можем да използваме, а второто – колко време общо заемат затворниците. Стойностите на F могат да са 1 или 0, като 1 означава, че описаната ситуация е възможна, а 0 – че не е възможна.

Ако например $F[4][14] = 1$, то избирайки някои от първите 4 затворника (евентуално всички) може да се събере сума от времена за свиждане равна на 14. Идеята е че като се изберат някакви затворници, те могат да се пуснат последователно един след друг в произволен ред.

Когато се пресметне стойността за някакво $F[n][t]$, ако тази стойност е 1, можем да пресметнем някои други стойности. Възможностите са да използваме затворник номер $n+1$ или не:

- 1) Затворник $n+1$ ще участва в сумата, тогава $F[n+1][t+Time[n+1]] = 1$
- 2) Затворник $n+1$ няма да участва в сумата, тогава $F[n+1][t] = 1$

По този начин обхождайки възможните стойности за двете измерения на F могат да се намерят всички възможни ситуации. Ние се интересуваме от ситуациите, при които n е броят на всички затворници. Най-голямото t , за което се интересуваме е T . Ако има ситуации, при които t е такава, че сумата на затворниците, които **не са** в раницата е също по-малка или равна на T , сме намерили решение.

Сложността на това решение е $O(N * T)$, защото такава е големината на разглежданата таблица, която описва възможните стойности за F . За всяка такава стойност се извършват константен брой операции.