Задача 2. Пирати - Анализ

Нека се опитаме да пресметнем по колко колиби вижда пазачът на позиция (0, -A) във всеки ред. Редът с y координата –A е специален случай и от него се вижда само една колиба. От редът с координата –A+1 се виждат всички колиби. От редът с координата –A+2 се вижда всяка втора колиба. Нека разглеждаме даден ред с y координата P. Тогава разликата между пазача и този ред по y координатата е равен на D = P + A. Например за реда с y координата –A+2, D е равно на 2. Може да се провери, че ако се вземат простите делители на D, всяка колиба в реда с y координата P, която има x координата, която се дели на някой от простите делители, не е видима от пазача. По общото правило е че ако вземем колиба с координати (x, y), тогава тя не е видима ако y + A и x не са взаимно прости. От него следва и предното наблюдение. Едно кратко обяснение е че ако y + A и x не са взаимно прости, то има някакво число k > 1, такова че y + A = k * p1 и x = k * p2. Тогава колибата с координати (p2, -A + p1) ще е видима и ще пречи на видимостта към колибата с координати (x, y).

Така можем за всеки ред да разберем колко са видимите колиби. Това, което трябва да се направи е за всеки ред с y координата Y да се намери разстоянието Y + A и да се намерят простите множители на това число. След това по принципа на включването и изключването може да се намери броят на видимите колиби. Например ако разгледаме ред, за който Y + A = 6, а L има стойност 15, трябва да разгледаме простите множители на 6:

$$\left\lfloor \frac{15}{1} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{15}{2} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{15}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{15}{6} \right\rfloor = 15 - 7 - 5 + 2 = 5$$

Първо добавяме всички колиби, от тях махаме тези, чиито x координати се делят на 2 и 3. Накрая трябва да прибавим обратно тези, чиито x координати се делят на произведението на 2 и 3, защото тях сме ги извадили два пъти вече, а трябва само веднъж.

Остава да решим задачата и за двама пазачи, както е в условието. За даден ред, можем да намерим броя видими колиби от всеки един от пазачите поотделно. Нека за ред с y координата Y това да са R1(Y) и R2(Y), съответно за двамата пазачи. За дадения ред можем да намерим разстоянията до двамата пазачи по оста y. Това са съответно Y + A и B – Y. Ако намерим простите делители на двете числа и приложим принципа на включване и изключване за обединението на тези прости делители ще получим броя на колибите, които са видими и от двамата пазачи. Нека този брой е R(Y). Тогава броят на колибите видими от само един пазач са R1(Y) + R2(Y) – 2 * R(Y). Броят на невидимите колиби е L – R1(Y) – R2(Y) + R(Y).