

Задача 2. Химия - Анализ

Нека опитаме да решим задачата рекурсивно. Нека дефинираме функция, която ни дава отговора за таблица T и някакво $K - f(T, K)$. Ще разгледаме три случая:

1) Всички колони в таблицата T са с височина 0. Тогава резултата е:

a. $f(T, K) = 1$, ако $K = 0$

b. $f(T, K) = 0$, ако $K > 0$

2) В таблицата има поне една колона с височина 0, но не всички са такива. Тогава се получават поне две несвързани таблици и задачата може да се реши независимо за всяка от тях. Ако например има две таблици T_1 и T_2 , тогава отговорът ще е от вида: $f(T, K) = \sum f(T_1, i) * f(T_2, K-i)$, където $i = 0 .. K$.

3) В таблицата няма колони с височина 0. Нека най-ниската колона има височина M . Тогава има правоъгълник с височина M и ширина N , като N е броят колони в таблицата. Можем да разделим задачата на две части – по колко начина можем да разположим x на брой газа в правоъгълника и по колко начина можем да разположим $K - x$ на брой газа в частта от таблицата T_U , която остава над правоъгълника. Тогава отговорът на задачата е от вида: $f(T, K) = \sum C(M, x) * x! * C(N - (K - x), x) * f(T_U, K - x)$, където $x = 0 .. K$ и $C(N, K)$ е броят начини да се изберат K елемента от N .

Това е така, защото в правоъгълника трябва да се изберат редовете, в които да се поставят газове и след като се изберат редовете трябва да се пермутира в кои колони се поставя газ във всеки ред. От тук идва $C(M, x) * x!$. Свободните колони в правоъгълника са $N - (K - x)$, защото в таблицата T_U вече са заети $K - x$ колони от общо N . Следователно трябва да се избере в кои колони от свободните да се поставят x газа. Накрая решението за таблицата T_U може да се запише като $f(T_U, K - x)$. Самата таблица T_U със сигурност има поне една колона с височина 0. Това е най-ниската колона с височина M . Следователно T_U спада към един от първите два случая, които описахме. Това ни гарантира, че това рекурсивно решение има дъно.