

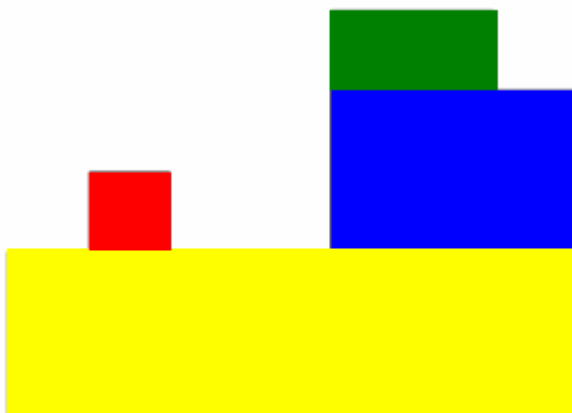
Задача 2. Плакати

Оптималното поставяне на плакати върху сградите е по следния начин:

- 1) Взимаме сградата с най-малка височина и залепяме един плакат по цялата дължина на всички сгради с височина точно толкова, колкото е височината на тази най-малка сграда.
- 2) Взимаме следващата по височина сграда. Плакатите, които ще залепяме са високи толкова колкото е разликата между височините на предната най-ниска сграда от стъпка 1 и тази, която сме намерили сега. Този път обаче вероятно няма да можем да залепим само един плакат тъй като най-ниската (или най-ниските) сгради намерени в точка 1 може да са между тези втори по височина сгради и тогава ще трябва да залепим няколко плаката с посочената височина.
- 3) Повтаряме точка 2 като този път за височина на плакатите взимаме разликата във височините на втората и третата по височина сграда и т.н.
- 4) Алгоритъмът приключва, когато са облепени и най-високите сгради.

Вижда се от посочения алгоритъм за облепяне, че дължината на сградите въобще не ни е нужна а само тяхната височина.

Ето и илюстрация на това как биха се залепили плакатите за тестовия пример.



Няма да правим доказателството тук, но всеки може да си го докаже с индукция като индукцията е по броя долепени сгради т.е. ако е вярно за всякакви k сгради

Maucamp Arena – Състезание 7 – Сребърна дивизия

22.01.2010 – 25.01.2010

долепени една до друга, да се докаже, че е вярно и за всякакви $(k + 1)$ сгради долепени една до друга.

Остана да намерим и ефективен начин за намирането на резултата от посочения алгоритъм.

Както казахме ни интересуват само височините, затова прочитаме само тях и започваме да ги обхождаме една след друга прилагайки следните стъпки.

- 1) Правим си един брояч за броя плакати.
- 2) Взимаме текущата сграда и ако тя е първата сграда увеличаваме брояча с единица и поставяме тази сграда в един стек. Ако е обаче втора сграда или някоя сграда с по-голям номер то имаме следните възможности:
 - a. Сградата е по-висока от последната сграда поставена в стека (това е сградата, до която ще долепяме), то тогава увеличаваме брояча с единица, защото за частта, която е над последната разгледана сграда – няма как да използваме плакат, който сме използвали като го вземем с по-голяма височина. За долната част ще използваме вече поставен плакат като просто го вземем с по-голяма дължина. И отново поставяме тази сграда в стека.
 - b. Ако сградата е с равна височина с последната в стека, то тогава е ясно, че ако удължим плакатите, които покриват предната сграда, то ще покрием и тази затова, няма нужда да увеличаваме брояча и да добавяме нещо в стека.
 - c. Последния случай е, когато сградата е с по-малка височина от последната поставена в стека. Това означава, че ако в стека имаме поставена сграда с такава височина то можем плаката, който сме използвали за нея да го удължим и няма да увеличаваме брояча. Ако обаче няма такава сграда в стека това означава, че трябва да се направи ново разделяне на тази височина и затова увеличаваме брояча.
И в двата случая трябва да премахваме елементи от стека до момента, в който стигнем до сграда с по-малка височина или стекът се изпразни и да добавим новата сграда в стека. Причината за това е, че ние можем да се възползваме от плакатите, с които сме покривали само по-ниски сгради преди това, защото всички части над тази височина не могат да бъдат удължавани повече, защото ще направят дупка в момента, в който достигнат до тази сграда.
- 3) Стъпка 2 се повтаря докато се обхождат всички сгради
- 4) Резултат, който трябва да изведем е натрупаната сума в брояча.

Maycamp Arena – Състезание 7 – Сребърна дивизия

22.01.2010 – 25.01.2010

Помислете как може да се ползва двоично търсене за тази задача, за да се забърза малко.