

Задача 1. Жабa – Анализ

Ако жабата е на някаква лилия в даден момент, тя може да е стигнала до там от лилия със същата X или Y координата. Друго важно наблюдение е че няма значение колко далечна е лилията, защото загубената енергия за скока е винаги една и съща.

Нека $E(L)$ е максималната енергия, с която жабата може да достигне от лилия 1 до лилия L . За да пресметнем тази стойност, трябва да намерим лилията, за която същото число е най-голямо и тази лилия трябва да има същата X или Y координата. Следователно, ако имаме начин да пазим такава информация и обхождаме лилиите в правилен ред, можем да пресметнем отговора за всяка една лилия, включително и тази, която ни интересува.

Нека сортираме лилиите в нарастващ ред по X координата и при равни X да сортираме по нарастваща Y координата. Нека за дадена лилия L , $P(L)$ е множеството от лилии, от които може да се стигне в L с един скок. Ако обхождаме лилиите в описания по-горе ред, за поредната лилия L със сигурност ще сме обходили всички от множеството $P(L)$. Това означава, че ще можем да намерим и тази, която е достигната с най-голямо количество енергия.

Важно е да се поддържа информация за всяка X и Y координата, каква е лилията, която е достигната с най-голямо количество енергия до момента на дадените координати X и Y . Нека функцията $B_X(X)$ дава лилията, която до момента е достигната с най-голяма енергия и има дадената X координата. Аналогично си дефинираме и функцията $B_Y(Y)$. Тогава, за да сметнем отговора за $E(L)$, като L има координата (X, Y) ще използваме следното:

$$E(L) = \max (B_X(X) , B_Y(Y))$$

Също е нужно да се обновят стойностите за B_X и B_Y :

$$B_X(X) = \max (B_X(X), E(L)), B_Y(Y) = \max(B_Y(Y), E(L))$$

За да се намери целия път може да се пази информация за всяка лилия, от коя предишна лилия идва пътя. Така той ще може да бъде лесно възстановен накрая. Това всъщност е подхода на динамичното оптимиране.

Сложността на това решение $O(N * \log N)$, заради сортирането на точките, което се прави в самото начало. След това сложността на самото динамично оптимиране е линейна по броя точки.