

Задача 1. Обикновени скоби - Анализ

Нека разгледаме един низ от скоби. Първата скоба трябва да е отваряща. Съответната и затваряща може да е само на четна позиция, защото низа от скоби е правилен. Нека този низ има дължина N и символите са номерирани от 1.

Нека последователно приемем, че затварящата скоба на първата е на всички четни позиции. Ако в даден момент сме приели, че затварящата скоба е на позиция X , трябва скобите на позиции 1 и X да са еднакви. Разбира се възможно е една от тях или и двете да са били изтрети и отбелязани със символа '?' във входа. Единствено ако двете скоби не са изтрети и са различни, няма как да си съответстват в низа.

Щом скобите на позиции 1 и X си съответстват, изразът между позиции 2 и $X-1$ също трябва да е правилен. Същото се отнася и за израза между позиции $X+1$ и N . За да получим по колко начина могат да се възстановят изтретите скоби, когато скобите на позиции 1 и X си съответстват трябва да решим задачите за изразите $[2, X-1]$ и $[X+1, N]$. Ако символите на позиции 1 и X са били '?' трябва да разгледаме възможността тези символи да са кои да са от трите типа скоби. Ако поне единия обаче не е бил изтрет, вече има само една възможност за това какви са двете скоби на позиции 1 и X .

По този начин сведохме задачата за израза $[1, N]$ до две по-малки подзадачи. Това означава, че за решението може да се използва подхода динамично оптимизиране. Нужно е за всеки такъв низ от скоби с дължина N да се обходят четните позиции в него и да се пресметне по колко начина могат да се заместят изтретите символи ако съответната скоба на скобата на позиция 1, е на позиция X . X може да е всяко четно число в интервала $[2, N]$.

В това решение се разглеждат поднизове на зададения низ, които имат четна дължина. За всеки такъв низ се разглеждат всички четни позиции, на които може да е съответната скоба на първата. Затова сложността на това решение е $O(N^3)$.