

Задача 3. Награда - Решение

Автор: Слави Маринов

Най-лесният начин човек да реши тази задача на състезание е просто да си разпише на ръка стойностите за първите 7-8 числа (или да напише програма, която му ги генерира). Тогава лесно се забелязва следното:

За $N = 1$ отговорът е **1**.

За $N = 2$ отговорът е **1**

За $N = 3$ отговорът е **3**

За $N = 4$ отговорът е **1**

За $N = 5$ отговорът е **3**

За $N = 6$ отговорът е **5**

За $N = 7$ отговорът е **7**

За $N = 8$ отговорът е **1**

Тоест, редуват се 1, 1, 3, 1, 3, 5, 7, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 1, ... , като решението за степените на двойката винаги е 1-ца, а между две степени на двойката се получават поредни нечетни числа. С това наблюдение задачата много лесно може да се реши на няколко реда с формулка.

Това обаче е по-безинтересната част на нещата. Въпросът е: защо всъщност се получава тази зависимост?

Нека първо да обясним степените на двойката. Важно е човек да забележи, че:

- За 1 и 2, отговорът е 1
- За всяка степен на двойката, на първия „рунд“ задраскваме всички четни числа, и след това около масата получаваме същата задача, отново започвайки от човек номер #1, само че с $N/2$ човека (което пак е степен на двойката).

Оттук очевидно по индукция, понеже за 1 и 2 отговорът е 1, то за 4 също ще бъде 1 (понеже след първия рунд все едно имаме задачата за $N = 2$), оттам за 8 също ще бъде 1 (понеже след първия рунд все едно имаме задачата за $N = 4$), и т.н. за всяка степен на двойката отговорът ще бъде 1.

Сега да видим защо нечетните числа се редуват.

Нека около масата имаме степен на двойката на брой човечета, и добавим още едно. Тогава след като задраскаме първото човече (това с номер 2), попадаме на човечето с номер 3, а броят на човечетата е степен на двойката. Но ние вече знаем, че при степен на двойката на брой човечета отговорът ни е началното човече – следователно отговорът за всички числа от типа $2^n + 1$ е 3.

Аналогично, ако добавим две човечета и задраскаме първите две (2 и 4), пак сме в степен на двойката, пак първото ни човече е победител (това обаче вече е човече номер #5). Така за всички числа от вида $2^n + 2$ отговорът е 5.

Така лесно се вижда, че за числата $2^n + 3$ отговорът е 7, $2^n + 4$ е 9 и т.н.

Според мен точно в тази индукция и проста математика е красотата на тази задача.

Важно е да се отбележи, че освен с формула тази задача може да се реши по най-различни други начини: например с масив и имитиране на задраскване, или със свързан списък и имитиране на задраскване.