

Състезание 2 – Сребърна дивизия

Задача 2 – Анализ

Нека разгледаме едно най-добро разпределение на топките и кошовете в някакъв пример:

rrbgwgbbb
yppgwbbbp

Съпадащите букви са удебелени и подчертани. Забелязва се, че кошовете, в които поставяме топки са подредени в същия ред, в който са подредени самите топки. Това следва от самото условие и начина, по който се поставят топките в кошовете.

Следователно всяко решение на поставената задача може да се запише като две редици от нарастващи числа описващи номерата на топки в първата редица и номерата на кошове във втората. Например ако номерираме от 1, горното решение може да се опише като 4, 5, 7, 8, 9 и 4, 5, 6, 7, 9.

От тук виждаме, че тази задача може да се сведе до намиране на най-дълга обща подредица в дадените две. В нашия случай това е редицата gwbpp, която е подредица и за двата входни низа и е с максимална дължина.

Как да намерим най-дългата обща подредица на два низа? Това е стандартна задача от областта на динамичното оптимиране.

Съставяме си подзадача, която се описва от два параметъра, които задават съответно до кой символ разглеждаме първия и втория низ. Ако тези параметри са $P1$ и $P2$, отговора на подзадачата за $(P1, P2)$ ще е дължината на най-дългата подредица ако разглеждаме само символите до $P1$ -вия и $P2$ -рия за двата низа.

За да се пресметне отговора за една такава подзадача трябва да се измисли начин да се използват отговорите за по-малки подзадачи.

Нека символите на позиции $P1$ и $P2$ са еднакви. Тогава отговорът за подзадачата $(P1, P2)$ е равен на отговора за подзадачата $(P1-1, P2-1)$ плюс 1. Това е така, защото еднаквостта на символите на позиции $P1$ и $P2$ носи 1 към отговора, а ако ги махнем ще останат поднизозете до позиции $P1-1$ и $P2-1$, за които вече ще сме изчислили отговора.

Ако символите на позиции $P1$ и $P2$ са различни, то има два варианта. Единия е да се разгледа отговора за подзадача $(P1-1, P2)$, а другия – отговора за подзадача $(P1, P2-1)$. Нека си представим, че разглеждаме подзадачата $(P1-1, P2)$. Нека отговора за нея е A . Ако добавим $P1$ -вия символ към първия низ знаем, че това няма да промени отговора A , защото $P1$ -вия символ е различен от $P2$ -рия символ във втория низ. Ето защо отговора A ще се запази. По същата логика разглеждаме и подзадачата $(P1, P2-1)$. Разбира се ще изберем по-големия от двата отговора.

За да сме сигурни, че подзадачите се решават в правилния ред е нужно да се обхождат в нарастващ ред на дължините. Първо започваме с подзадачи, които са от типа $(1, X)$ и X нараства от 1, т.е. само първият символ на първият низ

комбиниран с всички префикси на втория низ, като започваме от най-късия префикс с дължина 1. След това (2, X) и т.н.

Накрая отговорът на цялата задача е отговорът за $(L1, L2)$, където $L1$ и $L2$ задават дължините на двата входни низа.