

## Задача 2. Крушки

Автор: Тодор Петров

За да решим тази задача е необходимо да направим няколко съображения.

1. Нямаме полза да променяме състоянието на един и същи стълб повече от веднъж, тъй като това е равносилно на непромянето на този стълб или на промянето му веднъж => промяната повече от веднъж е безсмислено увеличаване на броя използвани стъпки.
2. Нямаме полза от промяната на хоризонтала (I, J) и (K, L), където (I, J), пресича (K, L) по някакъв начин, напълно го обхваща или изцяло попада вътре в него. За да се получи същия ефект е необходимо следното:
  - a. В случая, когато (I, J) обхваща (K, L), може да се променят състоянията на хоризонталите (I, K) и (J, L), което е равносилно.
  - b. В случая, когато (I, J) изцяло попада в (K, L) нещата са като в а, но ролите на (I, J) и (K, L) са разменени
  - c. В случая, когато (I, J) пресича (K, L) и да допуснем, че K е между I и J (другият случай е аналогичен), нещата са отново като а.

С други думи една крушка има смисъл да и се променя състоянието или само с едно хоризонтално, или само с едно вертикално движение, или с хоризонтално и вертикално заедно, или въобще да не се променя състоянието – всеки друг случай може да бъде направен с изброените с по-малко или същия брой стъпки.

Сега да направим малко разсъждения как може да намерим минималния брой стъпки за шарка с брой стълбове I.

Върху един стълб I можем да приложим или една вертикална операция, или 1 или 2 хоризонтални операции върху всяка от клетките на стълб I, или да приложим вертикална операция + ,1 или 2 хоризонтални операции, или да не прилагаме нищо.

1. Ако не приложим нищо то стойностите в стълба ще бъдат (0, 0)
2. Ако приложим вертикална операция, стойностите ще бъдат (1, 1)
3. Ако приложим само една хоризонтална операция върху клетката от ред 1 -> (1, 0)
4. Ако приложим само една хоризонтална операция върху клетката от ред 2 -> (0, 1)
5. Ако приложим две хоризонтални операции върху клетките от ред 1 и ред 2 -> (1, 1)
6. Ако приложим вертикална операция + хоризонтална върху клетката в ред 1 -> (0, 1)
7. Ако приложим вертикална операция + хоризонтална върху клетката в ред 2 -> (1, 0)
8. Ако приложим вертикална операция + хоризонтална върху клетките в ред 1 и ред 2 -> (0, 0)

Ако прилагаме вертикална операция не се интересуваме от това каква операция е била приложена въвху предния стълб, но ако прилагаме хоризонтална (включително комбинирана с вертикална) тогава се интересуваме, тъй като ако в предния стълб също е била приложена хоризонтална операция, то това е можело да стане в една стъпка т.е. една хоризонтална операция и за двата стълба.

С други думи, ако сметнем какъв е минималният брой стъпки за получаването на шарката до стълб (I - 1) за всяка една от комбинациите от 1 до 8 за получаването на стойностите в стълб (I - 1) то можем да сметнем и какъв е минималният брой стъпки за получаването на шарката до стълб I.

Крайното решение се получава като се намери минималната стойност за стълб N измежду всички комбинации от 1 до 8 за получаване на този стълб.

Ако стълб I има стойности (1, 1) това означава че може да се получи само чрез комбинации 2 или 5. Ако  $\text{minCounts}[I][5]$  означава минималния брой стъпки за получаване на шарката до стълб I като стълб I е изграден с комбинация 5, то:

```
minCounts[i][5] = plus(minCounts[i - 1][1], 1);
minCounts[i][5] = minimum(minCounts[i][5], plus(minCounts[i - 1][4], 1));
minCounts[i][5] = minimum(minCounts[i][5], minCounts[i - 1][3]);
minCounts[i][5] = minimum(minCounts[i][5], minCounts[i - 1][5]);
minCounts[i][5] = minimum(minCounts[i][5], plus(minCounts[i - 1][2], 1));
minCounts[i][5] = minimum(minCounts[i][5], plus(minCounts[i - 1][7], 1));
minCounts[i][5] = minimum(minCounts[i][5], minCounts[i - 1][6]);
minCounts[i][5] = minimum(minCounts[i][5], minCounts[i - 1][8]);
```

Където  $\text{plus}(a, b)$  връща  $a + b$  или  $-1$  ако  $a$  или  $b$  е  $-1$ . С други думи  $\text{plus}(\text{minCounts}[i - 1][1], 1)$  е  $-1$  ако  $\text{minCounts}[i - 1][1]$  е  $-1$  т.е. шарката до стълб  $(i - 1)$  с комбинация  $1$  върху  $(i - 1)$ -я стълб не може да се получи.

Аналогични поради същата причина е дефинирано  $\text{minimum}(a, b) = \min(a, b)$  ако  $a$  и  $b$  са различни от  $-1$ , а, ако  $a$  е различно от  $-1$ ,  $b$ , ако  $b$  е различно от  $-1$  или  $-1$  в противен случай.

По подобен начин трябва да се разгледат и всички останали случаи...

Сложността на алгоритъма е  $O(16*N)$